

## 2. gyakorlat: Trigonometriai pontkapcsolási eljárások

### A gyakorlathoz szükséges felszerelés hallgatónként:

1 db tudományos zsebszámológép

### A gyakorlat tartalma:

A gyakorlat első 30 percében: **ED az 1. gyakorlat anyagából.**

Trigonometriai pontkapcsolások áttekintése: előmetszés (belsőszöges – irányszöges), oldalmetszés, ívmetszés, hátrametszés. Az előmetszések és az ívmetszés példák megoldása, a többi pontkapcsolást csak átnézzük.

### A gyakorlat előtt elolvasásra javasolt irodalom:

Krauter: Geodézia (283 - 298. oldal)

### A gyakorlathoz kapcsolódó számpéldák:

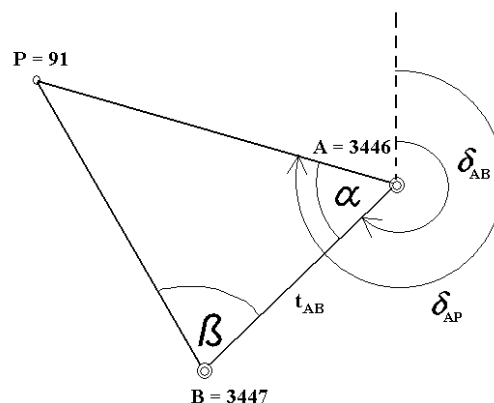
(A példák mellett található ábrák csak a betűjelölések szemléltetésére szolgálnak, nem feltétlenül alakhelyesek és helyesen tájoltak.)

### 1. példa

#### Belsőszöges előmetszés

| Koordinátajegyzék |            |            |
|-------------------|------------|------------|
| Pontszám          | Y          | X          |
| A=3446            | 658 077,70 | 247 431,38 |
| B=3447            | 657 310,23 | 247 123,54 |

| Álláspont száma | Belső szög          |
|-----------------|---------------------|
| A=3446          | $\alpha = 81-34-45$ |
| B=3447          | $\beta = 66-45-57$  |



A képletek akkor érvényesek, ha az A, a B és a P pontok pozitív forgási értelemben (az óramutató járásának megfelelően) következnek egymás után.

$$t_{AB} = 826,91$$

$$\delta_{AB} = 248 - 08 - 38$$

(II. geodéziai alapfeladat)

$$t_{AP} = t_{AB} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = 1447,87$$

$$\delta_{AP} = \delta_{AB} + \alpha = 329 - 43 - 23$$

$$y_P = 657\,347,71$$

$$x_P = 248\,681,76$$

(I. geodéziai alapfeladat)

| Pontszám | Y | X |
|----------|---|---|
|          |   |   |

|          |                   |                   |
|----------|-------------------|-------------------|
| Pontszám | Y                 | X                 |
| P=91     | <b>657 347,71</b> | <b>248 681,76</b> |

## 2. példa

### Előmetszés tájékozott irányértékkel

(belsőszöges előmetszésre visszavezetve)

| Koordinátajegyzék |            |            |
|-------------------|------------|------------|
| Pontszám          | Y          | X          |
| A=3447            | 657 310,23 | 247 123,54 |
| B=3444            | 657 638,80 | 247 759,38 |

| Álláspont száma | Tájékozott irányérték      |
|-----------------|----------------------------|
| A=3447          | $\delta'_{AP} = 19-30-47$  |
| B=3444          | $\delta'_{BP} = 320-09-00$ |

$$\delta'_{AP} = 19-30-47$$

$$\delta'_{BP} = 320-09-00$$

$$t_{AB} = 715,72$$

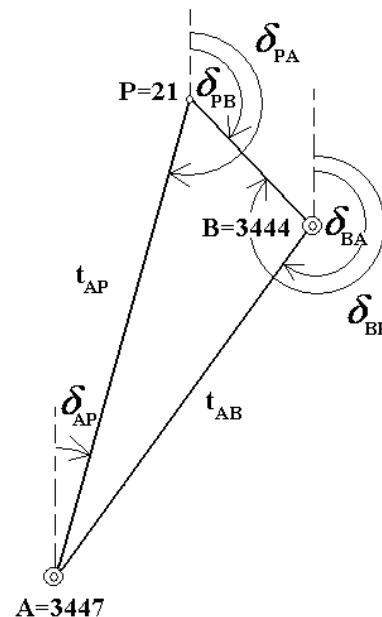
$$\delta_{AB} = 27-19-39$$

$$t_{AP} = t_{AB} \cdot \frac{\sin(\delta'_{BP} - \delta'_{BA})}{\sin(\delta'_{PA} - \delta'_{PB})} = t_{AB} \frac{\sin(\delta'_{BP} - \delta'_{AB})}{\sin(\delta'_{BP} - \delta'_{AP})} = 766,71$$

$$y_P = 657 566,33$$

$$x_P = 247 846,21$$

| Koordinátajegyzék |                   |                   |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| Pontszám          | Y                 | X                 |
| P=21              | <b>657 566,33</b> | <b>247 846,21</b> |



(II. geodéziai alapfeladat)

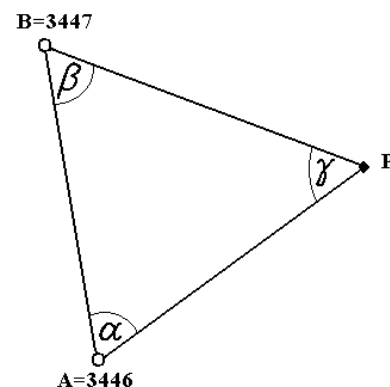
(I. geodéziai alapfeladat)

## 3. példa

### Szög-oldalmetszés, belsőszögek

| Pontszám | Y          | X          |
|----------|------------|------------|
| A=3446   | 658 077,70 | 247 431,38 |
| B=3447   | 657 310,23 | 247 123,54 |

| Álláspont száma | Belső szög          |
|-----------------|---------------------|
| A=3446          | $\alpha = 63-23-45$ |
| B=3447          | $\gamma = 51-01-49$ |



A képletek akkor érvényesek, ha az A, a B és a P pontok pozitív forgási értelemben (az óramutató járásának megfelelően) következnek egymás után.

$$t_{AB} = 826,91 \quad \delta_{AB} = 248 - 08 - 38 \quad (\text{II. geodéziai alapfeladat})$$

$$t_{AP} = t_{AB} \cdot \frac{\sin(\alpha + \gamma)}{\sin \gamma} = 968,38$$

$$\delta_{AP} = \delta_{AB} + \alpha = 311 - 32 - 23$$

$$y_P = \mathbf{657\ 352,87} \quad x_P = \mathbf{248\ 073,55} \quad (\text{I. geodéziai alapfeladat})$$

| Pontszám | Y                 | X                 |
|----------|-------------------|-------------------|
| P=191    | <b>657 352,87</b> | <b>248 073,55</b> |

#### 4. példa

##### Ívmetszés

| Álláspont száma | Y          | X          | Távolság          |
|-----------------|------------|------------|-------------------|
| A=2313          | 654 653,23 | 232 456,39 | $t_{AP} = 967,34$ |
| B=2312          | 654 234,92 | 232 167,47 | $t_{BP} = 846,45$ |

A képletek akkor érvényesek, ha az A, a B és a P pontok pozitív forgási értelemben (az óramutató járásának megfelelően) következnek egymás után.

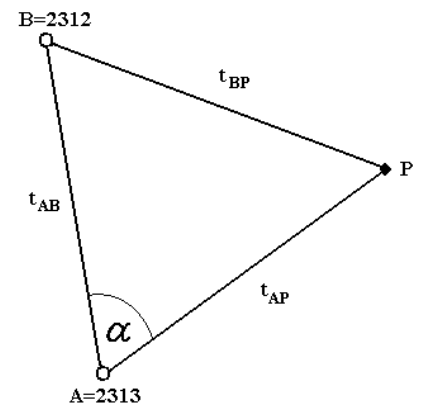
$$t_{AB} = 508,39 \quad \delta_{AB} = 235 - 22 - 04 \quad (\text{II. geodéziai alapfeladat})$$

$$\alpha = \arccos \frac{t_{AB}^2 + t_{AP}^2 - t_{BP}^2}{2 \cdot t_{AB} \cdot t_{AP}} = 60 - 56 - 28$$

$$\delta_{AP} = \delta_{AB} + \alpha = 296 - 18 - 32$$

$$y_P = \mathbf{653\ 786,09} \quad x_P = \mathbf{232\ 885,13} \quad (\text{I. geodéziai alapfeladat})$$

| Pontszám | Y                 | X                 |
|----------|-------------------|-------------------|
| P=105    | <b>653 786,09</b> | <b>232 885,13</b> |

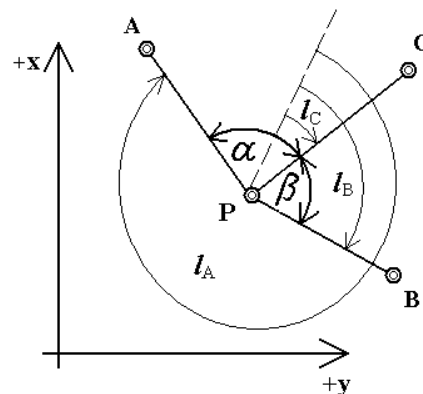


## 5. példa

## Hátrametszés

| Koordinátajegyzék |             |             |
|-------------------|-------------|-------------|
| Pontszám          | Y           | X           |
| A=3440            | 658 031,813 | 247 985,580 |
| B=3444            | 657 638,800 | 247 759,380 |
| C=3446            | 658 077,700 | 247 431,381 |

| Pontszám | Írányérték |
|----------|------------|
| A = 3440 | 22-45-56   |
| C = 3446 | 96-23-12   |
| B = 3444 | 164-38-59  |



## Megoldás Runge módszerével:

(A pontok A, C és B sorrendben követik egymást. Az  $\alpha$  szög a C-A irányok,  $\beta$  szög pedig a B-C irányok által bezárt szög.)

$$\alpha = l_C - l_A = 73 - 37 - 16 \quad \beta = l_B - l_C = 68 - 15 - 47$$

$$S_1 = (x_A - x_C) \cdot \operatorname{ctg} \alpha - (y_A - y_C) = 208,775066$$

$$S_2 = (y_A - y_C) \cdot \operatorname{ctg} \alpha + (x_A - x_C) = 540,713092$$

$$S_3 = (x_B - x_C) \cdot \operatorname{ctg} \beta + (y_B - y_C) = -308,127897$$

$$S_4 = (y_B - y_C) \cdot \operatorname{ctg} \beta - (x_B - x_C) = -502,987428$$

$$S = \frac{S_2 \cdot (S_1 + S_3) - S_1 \cdot (S_2 + S_4)}{(S_1 + S_3)^2 + (S_2 + S_4)^2} = -5,453905173$$

$$y_P = y_C + S \cdot (S_2 + S_4) = \mathbf{657\ 871,95}$$

$$x_P = x_C + S \cdot (S_1 + S_3) = \mathbf{247\ 973,24}$$

## A gyakorlat előtt elolvasásra javasolt irodalom:

Krauter: Geodézia (293 -296. oldal) (Hátrametszés)