

10. előadás: Vonalas létesítmény tengelyvonalának kitűzése. (Egyenes, körív, átmeneti ív)*

10.1. Vonalas létesítmények vízszintes geometriájának alapjai

Vonalas létesítmények (utak, vasúti pályák) tengelyvonala általában egyenesekből, körívekből és ún. átmeneti ívekből állnak. Mint ahogyan azt a neve is mutatja, az átmeneti ív biztosítja a fokozatos átmenetet az egyenes (zérus görbületű geometriai elem) és a tiszta körív ($1/R$ görbületű geometriai elem) között. Egy gépjármű vezetése során az egyenesekben nyilvánvalóan a kormányt közép állásban tartjuk, míg egy tiszta körívben haladva a körív sugarának megfelelő szögben tartjuk. Nyilvánvaló, hogy az egyenes és a tiszta körív között hirtelen kormányozdulatot biztonsági és dinamikai okokból nem tehetünk, ezért az egyenesek és a tiszta körívek közé egy olyan geometriai elemet kell elhelyeznünk, amely a két kormány helyzet között fokozatos átmenetet biztosít. Amennyiben konstans szögsebességgel forgatjuk a gépjármű kormányát, akkor a gépkocsi pályája egy olyan görbét ír le, amely görbültsége pontról pontra haladva lineárisan változik. Ezt a görbét a geometriában klotoidnak nevezzük.

Nyomvonalas létesítmények tengelyvonalának tervezése során abban az esetben, ha az egyenes egy kellően nagy sugarú körívhez csatlakozik, akkor el is lehet tekinteni az átmeneti ív beiktatásától. Kisebb sugarú ívek esetén azonban az egyenesek és a tiszta körívek közötti átmeneti ívet kell beilleszteni. Átmeneti ívként használhatjuk a korábban megismert klotoid görbét.

10.2. A klotoid átmeneti ív

Mint azt korábban láttuk, a klotoid egy olyan görbe, amely görbülete lineárisan változik a görbe mentén (5-1. ábra). A 5-1. ábrán látható, hogy a lineáris görbületváltozás mértéke különböző lehet. Azaz ugyanazt az $1/R$ sugarat rövidebb és hosszabb klotoid görbével is el lehet érni. Ezért a klotoid görbék geometriájának egyértelmű definiálásához meg kell adnunk azok paramétereit, amelyet az alábbi összefüggésből számíthatunk:

$$p = \sqrt{RL}, \quad (5-1)$$

ahol R a csatlakozó körív sugara, míg L az átmeneti ív hossza. Nagyobb paraméterű klotoid átmeneti ív ugyanazt a körívsugarat nagyobb hosszon éri el, ezáltal minél nagyobb egy átmeneti ív paramétere, annál lassabban változik annak görbülete. Útpályák különböző tervezési sebességeihez tartozó átmeneti ív hosszakra és paraméter értékekre az alkalmazott körív sugár függvényében a Nemesdy E: Útívkítűző zsebkönyv tartalmaz irányadó értékeket (5-2 ábra). Megjegyezzük, hogy az átmeneti ívek paramétereinek meghatározásánál nem csak dinamikai szempontokat vesznek figyelembe, de ezek ismertetése túlmutat a tárgy keretein. Részletesebben az Utak c. tárgy foglalkozik ezzel a kérdéssel.

A táblázatból azonban jól látható, hogy kisebb tervezési sebesség mellett kellően nagy körívsugar felvételével el is tekinthetünk az átmeneti ívek alkalmazásától. Ennek okán a nyomvonalas létesítmények kitűzését is két fő esetre bontjuk. Az első, egyben egyszerűbb esetben feltételezzük, hogy az alkalmazott körív sugár kellően nagy, így átmeneti ívre nincsen szükségünk. A második esetben pedig az átmeneti íves körívek kitűzésének eseteit fogjuk áttekinteni.

* Az 10. előadás anyagát Dr. Rózsa Szabolcs egyetemi docens egészítette ki és dolgozta át.

v_c , km/ó	150	120	100	$v_c = 80$ km/ó és ennél kisebb	
p , m	400	300	225		
R , m	Min. ívhossz: L , m			L , m	p , m
1700	94				
1600	100				
1500	107				
1400	114				
1300					
1200					
1100		—			
1000		90			
900					
800		100	—		
750		112	63		
700		120	68		
		—	72		
600					
500			84		
400			101		
350			—	72	170
				83	170
300				96	170
250				78	140
200				72	120
150				67	100
100				56	75
80				53	65
70				51	60
60				50	55
50				40	45
40				31	35
30				30	30
25				25	25

5-2. ábra: A dinamikai szempontból szükséges minimális átmenetiív hosszak és paraméterek értékei

10.3. A klotoid átmeneti ív geometriája

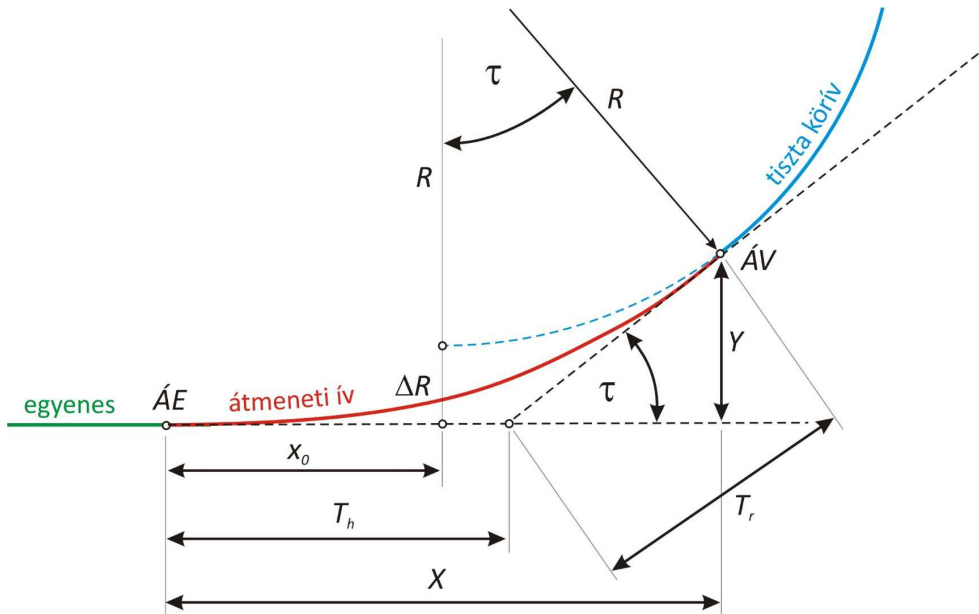
Az átmeneti ív geometriáját az 5-3. ábra szemlélteti. Tegyük fel, hogy egy adott paraméterű átmeneti ívet kell elhelyeznünk egy adott R sugarú tiszta körív és egy kezdőérintő egyenes közé. A paraméter és a csatlakozó körív sugara meghatározza az átmeneti ív hosszát (L). Látható, hogy az átmeneti ív elhelyezése érdekében a tiszta körívet a kiinduló egyeneshez, mint érintőhöz képest ΔR mértékben el kell tolni. Ezt az értéket körív-eltolásnak hívjuk. Ha berajzoljuk a tiszta körív érintőre merőleges sugarát, akkor meghatározhatjuk a körív középpont és az érintő merőleges távolságát ($R + \Delta R$), illetve a körív középpont abszcissza (X_0) értékét (az érintőn mérve az átmeneti ív kezdőpontjától, $\hat{A}E$ -től).

Az ábrából az is látható, hogy az átmeneti ív végérintője (egyben a tiszta körív kezdőérintője) a kiinduló egyenessel τ szöget zár be.

A kitérését segítő geometriai jellemzők még az ún. rövid (T_r) és hosszú (T_h) érintő-metszések, valamint az X, Y átmeneti ív végpont ($\hat{A}V$) koordináták (abszcissza és ordináta értékek).

A fent említett geometriai jellemzők képleteinek megadását e tárgy keretében mellőzzük, hiszen csak az átmeneti ív kitérésével kívánunk foglalkozni. A szóban forgó képletek megtalálhatóak a korábban már hivatkozott Útívkitéző zsebkönyvben, illetve ugyanitt több adott paraméterű szabványklotoid geometriai jellemzőit táblázatos formában is elérhetjük (5-4. ábra).

Az előbbieken említett 8 paraméter ($L, \Delta R, X, Y, X_0, T_r, T_h$ és τ) elegendő az átmeneti ív főpontjainak a kitéréséhez ($\hat{A}E$ és $\hat{A}V$). Ugyanakkor a kivitelezés megkönnyítése érdekében ki kell tűznünk az átmeneti ív részletpontjait is (az átmeneti ív mentén szabályos távolságokra egymástól egy-egy pontot). Ehhez megint csak az útívkitéző zsebkönyvet hívhatjuk segítségül, amely táblázatos formában megadja több adott paraméterű szabványklotoid részletpontjainak x, y abszcissza és ordináta értékeit az $\hat{A}E$ ponthoz és a kezdőérintőhöz mint alapvonalhoz viszonyítva.



5-3. ábra: A klotoid átmeneti ív geometriai adatai

Csatlakozó pontok adatai									
R	L	ΔR	X	Y	X ₀	T _r	T _h	τ	R
80	125,00	7,96	117,58	31,16	61,25	44,25	86,16	44-45-44	80
85	117,65	6,67	112,14	26,22	57,90	41,10	80,49	39-39-04	85
90	111,11	5,64	106,95	22,25	54,86	38,44	75,61	35-22-04	90
95	105,26	4,81	102,08	19,02	52,10	36,15	71,44	31-44-34	95
100	100,00	4,13	97,53	16,37	49,59	34,15	67,56	28-38-52	100
110	90,91	3,11	89,37	12,37	45,20	30,81	61,16	23-40-33	110
120	83,33	2,40	82,33	9,56	41,50	28,10	55,91	19-53-40	120
130	76,92	1,89	76,25	7,54	38,35	25,86	51,52	16-57-05	130
140	71,43	1,52	70,96	6,05	35,64	23,96	47,78	14-36-59	140
150	66,67	1,23	66,34	4,92	33,28	22,33	44,56	12-43-57	150
160	62,50	1,02	62,26	4,06	31,21	20,91	41,75	11-11-26	160
170	58,82	0,85	58,65	3,38	29,38	19,66	39,28	9-54-46	170
180	55,56	0,71	55,42	2,85	27,76	18,56	37,08	8-50-31	180
190	52,63	0,61	52,53	2,43	26,30	17,58	35,12	7-56-09	190
200	50,00	0,52	49,92	2,08	24,99	16,69	33,36	7-09-43	200
250	40,00	0,27	39,97	1,07	20,00	13,34	26,68	4-35-01	250

5-4. ábra: p=100 paraméterű szabványklotoid geometriai jellemzői

10.4. Átmeneti ív nélküli vonalas létesítmény tengelyvonalának kitűzése

Az egyszerűség kedvéért feltételezzük, hogy a tengelyvonal egyenes szakaszokból és azokat érintő körökből áll. A feladat: a tengelyvonal szelvényezése, az egyenes szakaszra eső szelvénypontok koordinátáinak kiszámítása, majd a pontok kitűzése rendszerint poláris méretekkel. A körívek főpontjait és részletpontjait helyi rendszerben értelmezett közvetlen méretekkel tűzzük ki.

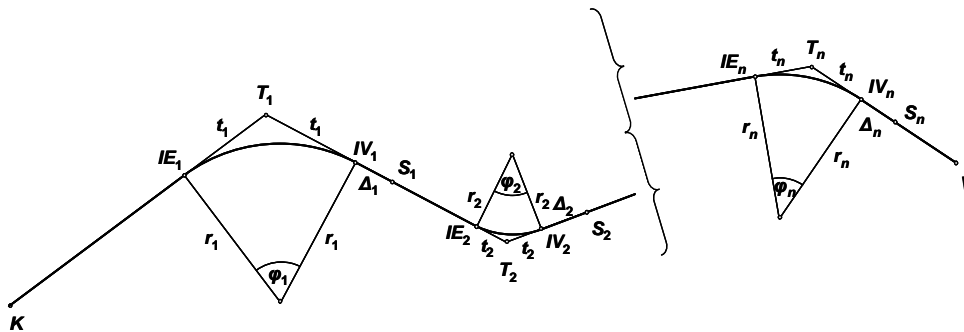
1. Előkészületek: adottak a K kezdőpont, a V végpont és a T_1, T_2, \dots, T_n töréspontok koordinátái, valamint az egyenes szakaszok közé iktatott körívek r_1, r_2, \dots, r_n sugara (5-5. ábra). Második geodéziai alapfeladattal kiszámítjuk a $t_{K1}, t_{12}, \dots, t_{nV}$ távolságokat és a $\delta_{K1}, \delta_{12}, \dots, \delta_{nV}$ irányszögeket (az indexekből elhagytuk a töréspontok T betűjelét). Ezután az irányszögekből kiszámítjuk a $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ iránytöréseket (a körívek középponti szögét), a középponti szögekből pedig a t_1, t_2, \dots, t_n ún. tangenshosszakokat és az Ih_1, Ih_2, \dots, Ih_n ívhosszakokat. A képletek:

$\varphi_i = \delta_{i,i+1} - \delta_{i-1,i}$, ha a szelvényezés irányába nézve a körív középpontja jobb kéz felé esik;

$\varphi_i = \delta_{i-1,i} - \delta_{i,i+1}$, ha a szelvényezés irányába nézve a körív középpontja bal kéz felé esik;

$$t_i = r_i \tan \frac{\varphi_i}{2};$$

$$Ih_i = 2r_i \pi \cdot \frac{\varphi_i^\circ}{360^\circ}.$$



5-5. ábra. Tengelyvonal szelvényezése

2. A tulajdonképpeni szelvényezés

- ♦ K szelvénye $0+00$, IE_1 szelvénye: $t_{K1} - t_1$; (K és IE_1 között felírandók a kerek szelvénypontok);
- ♦ IV_1 szelvénye = IE_1 szelvénye + Ih_1 ;
- ♦ $IV_1 \dots IE_2$ szakasz első szelvénypontja S_1 , szelvénye IV_1 szelvényének felfelé kerekített értéke (a kerekítés mértéke Δ_1);
- ♦ IE_2 szelvénye = IV_1 szelvénye + $t_{12} - (t_1 + t_2)$; (IV_1 és IE_2 között felírandók a kerek szelvénypontok);
- ⋮
- ♦ $IV_n \dots V$ szakasz első szelvénypontja S_n , szelvénye IV_n szelvényének felfelé kerekített értéke (a kerekítés mértéke Δ_n);

- ♦ V szelvénye = IV_n szelvénye + $(t_{nV} - t_n)$; (IV_n és V között felírandók a kerek szelvénypontok).

3. A szelvénypontok koordinátáinak számítása

A koordinátákat az ismert módon, mérési vonalpontok koordinátáiként számítjuk ki. Az i -edik mérési vonal kezdőpontja T_{i-1} , végpontja T_i az első vonalpont S_{i-1} , távolsága a kezdőponttól $(t_{i-1} + \Delta_{i-1})$; a vonalpontok 100 m-enként követik egymást egészen az IE_i pontot közvetlenül megelőző szelvénypontig.

4. A szelvénypontok kitűzése

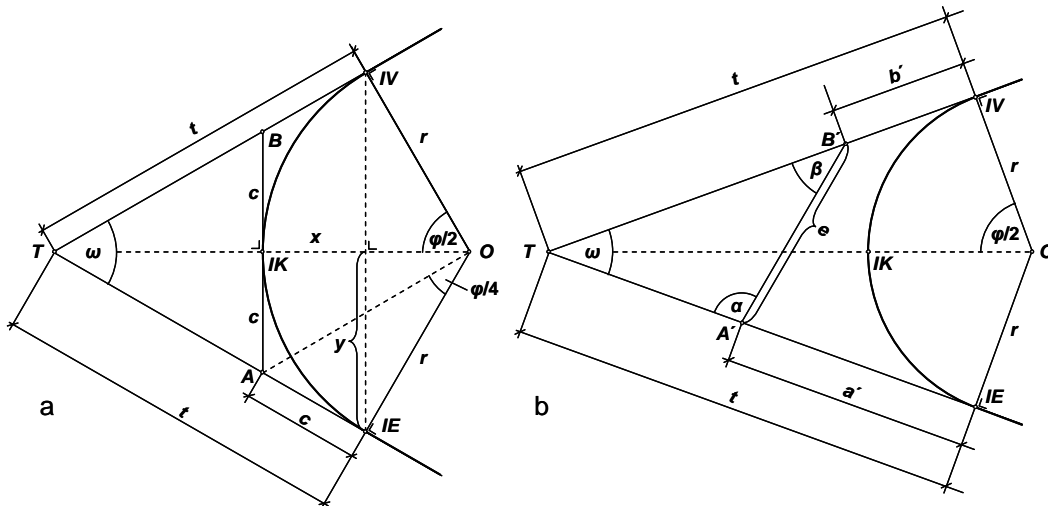
A szelvénypontokat poláris méretekkel tűzzük ki az ún. kísérő sokszög vonal pontjairól. Ez a vonal a tengelyvonallal közel párhuzamosan halad a tengelytől biztonságos távolságban, a földmunka által nem érintett területen.

Megjegyezzük, hogy a mérőállomások kitűzést támogató programjai között van olyan is, amelyik a szükséges geometriai adatok (a töréspontok koordinátái és az ívsugarak) bevitele után elvégzi a szelvényezést, kiszámítja a szelvénypontok koordinátáit és a kísérő sokszög vonal ismert koordinátájú pontjairól végrehajtandó poláris kitűzés méreteit is.

5. A csatlakozó körívek főpontjainak és részletpontjainak kitűzése

A fő- és részletpontokat koordinátáik kiszámítása és felhasználása helyett közvetlen méretekkel tűzzük ki a 5-6. ábra szerint.

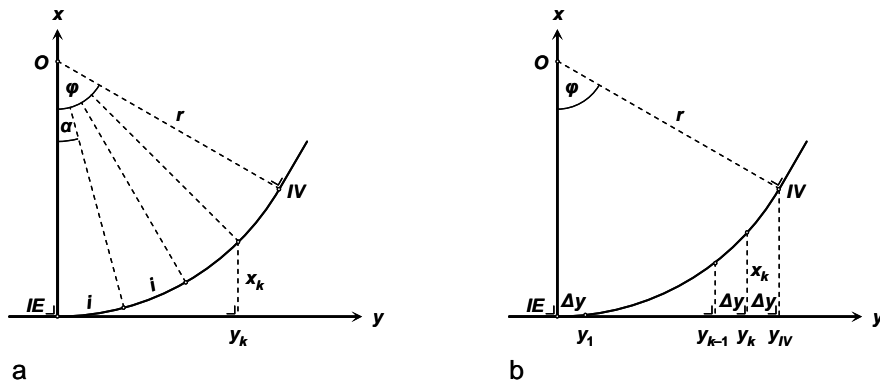
A főpontok (IE , IK , IV) kitűzéséhez – ha a T töréspont műszerállásra alkalmas – a töréspontból mindkét egyenesre felmérjük a $t = r \tan \frac{\varphi}{2}$ tangenshosszat, így megkapjuk az IE és az IV pontokat, amelyekből a töréspont irányába $c = r \tan \frac{\varphi}{4}$ távolságot felmérve kitűzzük az A és a B pontokat. Az IK pontot az A és a B pontokból egymás irányába c távolság felméréssel (az AB szakasz felezőpontjaként) tűzzük ki. Ellenőrzésül a pontot az $IE-IV$ húrról is kitűzhetjük $y = r \sin \frac{\varphi}{2}$ és $x = r - r \cos \frac{\varphi}{2}$ derékszögű méretekkel.



5-6. ábra. Körív főpontjainak kitűzése: a – T töréspontból, b – A' és B' segédpontokból.

Ha a T pont műszerállásra alkalmatlan, akkor kitűzzük a tengelyvonal egyenesén az A' és a B' segédpontokat, majd megmérjük az $e = A'B'$ távolságot és az α és a β szögek kiegészítő szögét. Szinusztétellel kiszámítjuk az $A'T$ és a $B'T$ távolságokat, majd ezeket a t tangenshosszból levonva megkapjuk az a' és a b' távolságokat, amelyeket az A' és a B' pontból a megfelelő irányban felmérve kitűzzük az IE és az IV pontokat. Az IK pontot a már megismert módon tűzzük ki.

A részletpontokat rendszerint az ívet megelőző egyenes szakasz meghosszabbításáról (tehát az IE pontbeli érintőről) tűzzük ki a 5-7. ábra szerint.



5-7. ábra. Körív részletpontjainak kitűzése: a – egyenlő i ívhosszak mellett, b – egyenlő Δy értékek mellett

Ha a kitűzendő pontok azonos i hosszúságú ívdarabok végpontjai, akkor a körívet n egyenlő részre osztjuk, tehát $\alpha' = \frac{\varphi}{n}$. A k -adik részletpont kitűzési méretei: $y_k = r \sin k\alpha'$ és $x_k = r - r \cos k\alpha'$. Ellenőrzésül az IV pontot is kitűzzük.

Ha a kitűzendő pontok y tengelyen lévő vetületei vannak egymástól egyenlő távolságra, akkor a szomszédos részletpontokra $\Delta y = \frac{y_{IV}}{n} = \frac{r \sin \varphi}{n}$. A k -adik részletpont kitűzési méretei: $y_k = k \cdot \Delta y$ és $x_k = r - \sqrt{r^2 - y_k^2}$. Ellenőrzésül az IV pontot is kitűzzük.

10.5. Átmeneti íves vonalas létesítmény kitűzése

Az átmeneti íves vonalas létesítmény kitűzését az alábbiak szerint végezhetjük el. Első lépésben ismét szelvényoznünk kell a nyomvonalas létesítményt.

1. Szelvényezés átmeneti íves körív esetén

A szelvényezés során az alábbiakra kell figyelemmel lennünk (5-8. ábra):

- Az egyenes hosszának megállapításakor a sarokpontok távolságából az átmeneti ívvel együtt értelmezett teljes tangenshosszat kell figyelembe vennünk:

$$T = t + X_0 = (R + \Delta R) \tan \frac{\varphi}{2} + X_0.$$

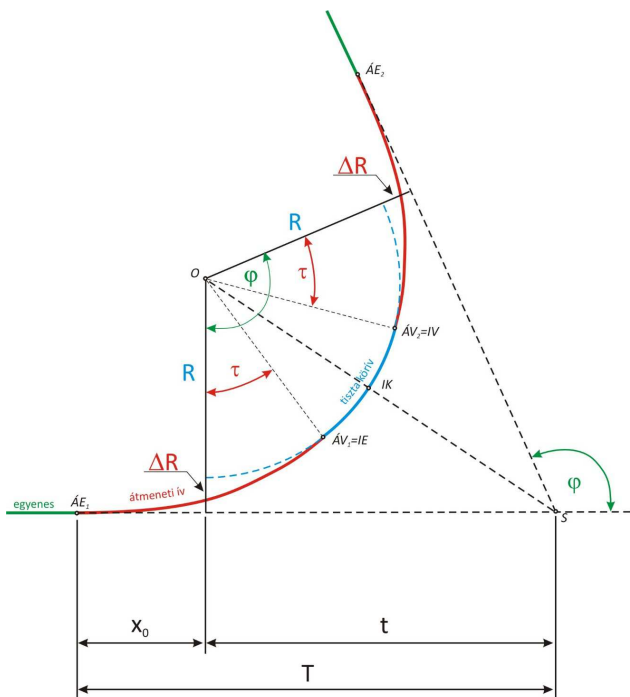
- A tiszta körív hosszának megállapításakor figyelembe kell vennünk, hogy az átmeneti ív csökkenti a tiszta körív hosszát. Azaz a φ középponti szöget az átmeneti ív végérintője

hajlásszögének (τ) kétszeresével csökkenteni kell. Így a tiszta körív hossza:

$$Ih_R = R\pi \frac{\varphi - 2\tau}{180^\circ}.$$

- A teljes ív (átmeneti ív + tiszta körív) hosszát az átmeneti ív hosszának ismeretében az alábbiak szerint határozhatjuk meg:

$$Ih = Ih_R + 2L.$$



5-8. ábra: Az átmeneti íves körív

2. Az ívfőpontok kitűzése

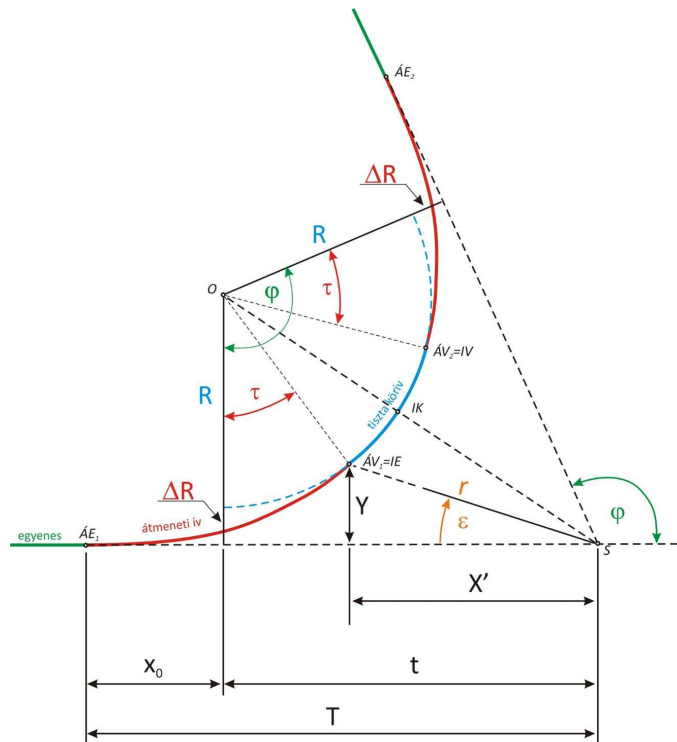
Ívfőpontok alatt az átmeneti ívek kezdő és végpontjait értjük. Mivel az átmeneti ívek végpontja egyben a tiszta körív kezdő-, illetve végpontja is, ezért ezek mellett a tiszta köríven már csak annak középpontját kell főpontként kitűzzük. Feladatunk tehát az $\hat{A}E_1$, $\hat{A}V_1=IE$ (ív eleje), IK (ív közepe), $\hat{A}V_2=IV$ (ív vége) és $\hat{A}E_2$ pontok kitűzése.

Vegyük észre, hogy az $\hat{A}E_1$ és $\hat{A}E_2$ átmeneti ív eleje pontok kitűzése az érintők mentén távolságméréssel elvégezhető. Ehhez a teljes tangenshosszat kell meghatároznunk a korábban már említett módon. Az átmeneti ív vége pontot az Útvítkitűző zsebkönyvben található táblázatokban megadott (5-4. ábra) X, Y végpont abszcissza és ordináta értékek segítségével tűzhetjük ki. Célszerűen az $\hat{A}V$ pontot is az S sarokpontból derékszögű méretekkel tűzzük ki (ezáltal nem terheljük a kitűzést az $\hat{A}E$ pontok kitűzési hibájával). Ehhez azonban az 5-9. ábrán látható X' abszcissza értéket kell meghatároznunk, ami nem más, mint a teljes tangenshossz és az X abszcissza különbsége:

$$X' = T - X.$$

Megjegyezzük, hogy a derékszögű méretekkel történő kitűzés helyett lehetőségünk van poláris kitűzési eljárás felhasználására is. Amennyiben az S sarokpontról végezzük a kitűzést, csupán az r távolság és ε szög meghatározására van szükségünk. Ezt követően az érintő irányától felmérjük az ε szöget, majd mérőszalaggal vagy távmérővel ebben az irányban kitűzzük az r távolságot. A kitűzési méreteket a derékszögű kitűzési méretekkel egyszerűen számíthatjuk:

$$r = \sqrt{X'^2 + Y^2} \text{ és } \varepsilon = \arctan \frac{Y}{X'}$$



5-9. ábra: Az átmeneti ív végpontjának kitűzése

Az ív közepe (IK) pont kitűzéséhez meg kell határoznunk a ponthoz tartozó X'_{IK} , Y_{IK} derékszögű kitűzési méreteket, illetve r_{IK} és ε_{IK} poláris kitűzési méreteket. Ezek ismeretében a pont kitűzése a korábbiakban ismertett módon elvégezhető.

Az egyes mennyiségek az alábbi módon határozhatók meg:

Poláris kitűzési méretek: $\varepsilon_{IK} = \frac{180 - \varphi}{2}$ és $r_{IK} = \frac{(R + \Delta R)}{\sin \varepsilon_{IK}} - R$.

Derékszögű kitűzési méretek: $X'_{IK} = r_{IK} \cos \varepsilon_{IK}$ és $Y_{IK} = r_{IK} \sin \varepsilon_{IK}$.

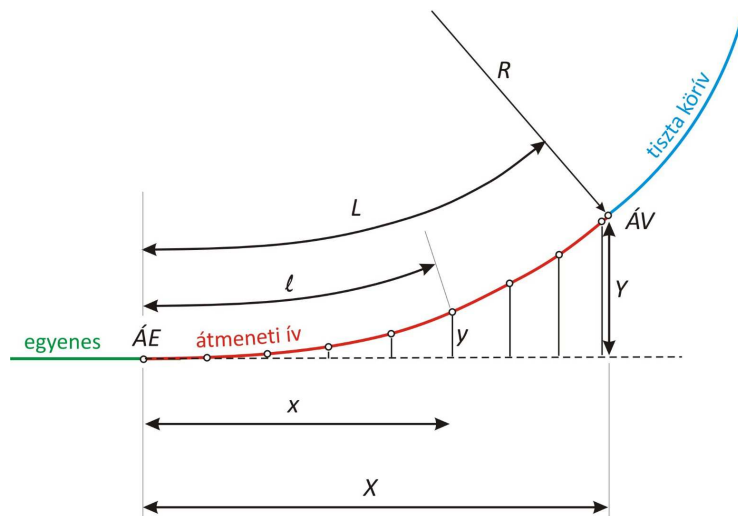
3. Az átmeneti ív részletpontjainak kitűzése

Mint azt már korábban említettük, az átmeneti ív részletpontjainak derékszögű kitűzési méreteit az Útívkitűző zsebkönyvben megadott képletek vagy táblázatok alapján ismertnek tételezzük fel (5-10. ábra).

A részletpontok kitűzése során – hasonlóan a főpontok kitűzéséhez – mind derékszögű, mind pedig poláris kitűzési eljárást is alkalmazhatunk (5-11. ábra). Az 5-10. ábrán látható táblázatban megadott derékszögű kitűzési méretek alapján meghatározhatjuk az S sarokpontról értelmezett abszcisszát és ordinátát, majd azokból kiszámíthatók a poláris kitűzési méretek.

Derékszögű kitűzési méretek: $x'_i = T - x_i$ és y_i .

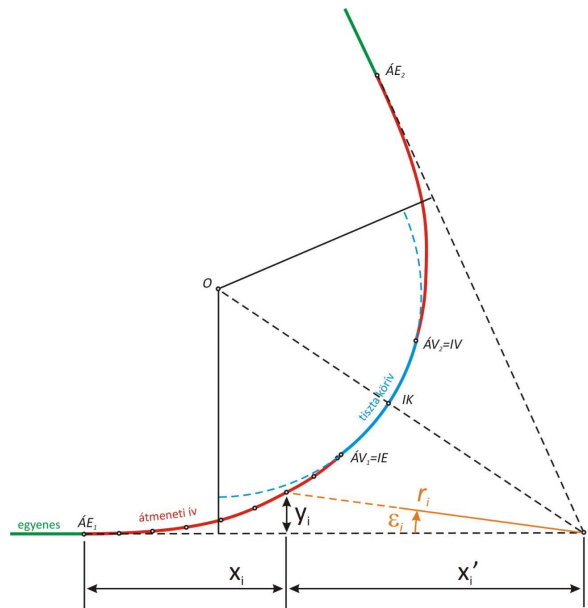
Poláris kitűzési méretek: $r_i = \sqrt{x_i'^2 + y_i^2}$ és $\varepsilon_i = \arctan \frac{y_i}{x'_i}$.



p = 100
paraméterű szabványklotoid

Részletpont-koordináták 5 m-enként			Részletpont-koordináták 5 m-enként		
l	x	y	l	x	y
5	5,00	0,00	65	64,71	4,56
10	10,00	0,02	70	69,58	5,69
15	15,00	0,06	75	74,41	6,99
20	20,00	0,13	80	79,18	8,47
25	25,00	0,26	85	83,90	10,14
30	29,99	0,45	90	88,54	12,01
35	34,99	0,71	95	93,08	14,08
40	39,97	1,07	100	97,53	16,37
45	44,95	1,52	105	101,85	18,88
50	49,92	2,08	110	106,04	21,61
55	54,87	2,77	115	110,07	24,57
60	59,81	3,59	120	113,93	27,75
			125	117,58	31,16

5-10. ábra: p=100 paraméterű szabvány klotoid részletpont koordinátái, és azok értelmezése



5-11. ábra: Átmeneti ív részletpontok kitűzése a sarokpontról derékszögű (x'_i, y_i) és poláris méretekkel (r_i, ε_i)

4. Ív fő-, és részletpontok kitűzése koordinátákkal

A korszerű mérőállomások és az építőmérnöki gyakorlatban alkalmazott GPS/GNSS vevők segítségével is könnyen elvégezhetjük az ív fő-, és részletpontok kitűzését, amennyiben ismerjük azok vízszintes koordinátáit. A következőkben azt fogjuk áttekinteni, hogy miként határozhatjuk meg az egyes pontok vízszintes koordinátáit a poláris kitűzési méretek felhasználásával.

Vegyük észre az 5-11. ábra alapján, hogy amennyiben ismerjük az S sarokpont koordinátáit és az ε szög ismeretében meg tudjuk határozni a sarokpont-kitűzendő pont irányának irányszögét, akkor az I. geodéziai alapfeladat segítségével kiszámíthatóak a fő-, illetve részletpontok koordinátái.

A számítás lépései az alábbiak:

1. A szomszédos sarokpontok koordinátáiból számítsuk ki az azok közötti irányszöget II. geodéziai alapfeladattal. Ezáltal megkapjuk az érintő egyenes irányszögét ($\delta_{S-\dot{A}E}$).
2. Irányszögátvitellel határozzuk meg a sarokpont-kitűzendő pont irányszögét az ε szög felhasználásával:

$$\delta_{Si} = \delta_{S-\dot{A}E} \pm \varepsilon_i.$$

3. Az I. geodéziai alapfeladat segítségével számítsuk ki a kitűzendő pont koordinátáit:

$$Y_i = Y_S + r_i \sin \delta_{Si},$$

$$X_i = X_S + r_i \cos \delta_{Si}.$$

Vegyük észre, hogy az irányszög átvitel képletében az ε szög előjele változhat. Amennyiben az óramutató járásának megfelelően kell figyelembe vennünk az ε szöget (pl. S- $\dot{A}E_1$ érintőhöz viszonyítva), akkor az ε szög előjele pozitív.

Vegyük észre azt is, hogy a derékszögű és poláris kitűzési méreteket elegendő a teljes ív felére meghatározni, hiszen az ív a szögfelezőre szimmetrikus. Ennek következményeként az ív másik felét ugyanazon kitűzési méretekkel tűzhetjük ki, az eltérés csupán annyi, hogy a méreteket a követő érintőről (S- $\dot{A}E_2$) tűzzük ki. Ebben az esetben a koordinátaszámítás során az irányszögátvitelnél azonban negatív előjellel vesszük figyelembe az ε szöget, hiszen az érintőhöz viszonyítva az óramutató járásának ellentétesen tűzzük ki a pontokat.

Az előadás anyaga az ajánlott irodalomban:

Krauter: Geodézia; 12.2 alfejezet